

TD 2: Calcul intégrale

Exercice 1 Calculer les primitives :

1. $\int \arctan(x) dx$
2. $\int \tan^2(x) dx$
3. $\int \frac{1}{x \ln x} dx$
4. $\int \arcsin x dx$
5. $\int \frac{1}{3 + e^{-x}} dx$
6. $\int \frac{-1}{\sqrt{4x - x^2}} dx$
7. $\int \frac{1}{x \sqrt{1 - \ln x^2}} dx$
8. $\int \frac{1}{\sqrt{1 + e^x}} dx$
9. $\int \frac{x - 1}{x^2 + x + 1} dx$
10. $\int \frac{x + 2}{x^2 - 3x - 4} dx$

Exercice 2 Calculer les primitives suivantes :

1. $\int \cos^{2020}(x) \sin(x) dx$
2. $\int \frac{1}{2 + \sin x + \cos x} dx$
3. $\int \frac{1}{\cos x} dx$
4. $\int \frac{1}{7 + \tan x} dx$

Exercice 3 Soient u et v deux fonctions dérivables sur \mathbb{R} et f une fonction continue sur \mathbb{R} .

- On pose $F(x) = \int_{u(x)}^{v(x)} f(t) dt$. Montrer que F est dérivable sur \mathbb{R} et calculer sa dérivée.
- Calculer la dérivée de

$$G(x) = \int_x^{2x} \frac{1}{1 + t^2 + t^4} dt$$

Exercice 4 Soit $F(x) = \int_x^{x^2} \frac{dt}{\ln t}$

1. Quel est l'ensemble de définition de F . F est-elle continue, dérivable sur son ensemble de définition ?
2. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 1^+} F(x)$ en comparant $F(x)$ à $H(x) = \int_x^{x^2} \frac{dt}{t \ln t}$

Exercice 5 Calculer les intégrales suivantes :

1. $\int_0^1 \frac{\arctan x}{1+x^2} dx$
2. $\int_{\frac{1}{2}}^1 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) \arctan x dx$
3. $\int_{-1}^1 (\arccos x)^2 dx$
4. $\int_0^1 \frac{1}{(1+x^2)^2} dx$
5. $\int_0^1 \frac{3x+1}{(x+1)^2} dx$

Exercice 6 Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+\sin x} dx, \text{ et } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+\sin x} dx$$